F. Schweiger (Salzburg)

"Gott hat sich bei der Erschaffung der Welt der Arithmetik und der Geometrie bedient. --- Haben Mathematik und Religion Berührungspunkte?"

„Gott hat bei der Erschaffung der Welt sich der Arithmetik, der Geometrie, der Musik und der Astronomie bedient" (Nikolaus von Kues)

Einleitung

In diesem Vortrag wird versucht, über Mathematik als kulturelles Phänomen und ihre möglichen Auswirkungen auf unser Weltbild zu sprechen. Mathematik ist Teil unserer Kultur. Auch Religion in verschiedenen Formen begleitet die Menschen seit alters her. Hier eine Wissenschaft, die auf logischem und kreativem Denken beruht, dort eine Weltanschauung, die geprägt ist von Erfahrungen, Werten und Offenbarung. Es wird daher zunächst eine Skizze gegeben, wie man Mathematik beschreiben könnte. Im zweiten Teil werden Überlegungen von Bishop 1991 herangezogen, um auf dem Hintergrund seiner Theorie mögliche Konvergenzen und Divergenzen zwischen mathematischem und religiösem Denken zu skizzieren. Da hier kein Religionswissenschaftler spricht, sollen vor allem Erfahrungen mit dem christlichen Glauben für Religion stehen.

Was ist Mathematik?

Aus den vielen möglichen Antworten sei eine Antwort ausgewählt, die den Kultur umfassenden Aspekt von Mathematik betont: „Mathematics is a method for communicating ideas between people about concepts such as numbers, space and time. In any culture there is a common, structured system for such communication, whether it be in unwritten or written forms." (L. N. Wood in Selin 2000:1). In dieser Aufzählung wäre vielleicht noch der Begriff ‚chance' (als Beschreibung des wie immer vorstellbaren „Zufälligen") hinzuzufügen. Mathematisches Denken ist universal, aber kulturell ausgeprägt (wie Kunst, Musik, Religion, Essen, Trinken, Feiern, Lieben ...). Interessante Schlaglichter auf diese Frage wirft Fischer in zahllosen Aufsätzen, die nun gesammelt vorliegen (Fischer 2006). Mathematik scheint auf drei Quellen zurückzugehen: Die Lösung praktischer Probleme, die Verbindung mit religiösen oder philosophischen Vorstellungen und wohl auch die Freude an Spiel und Entdeckung.

Einige Stichworte zum Problemhorizont: Mathematik ist ein Mittel, das wir gebrauchen können und zugleich ein kohärentes Gedankengebäude mit Auswirkungen auf die Gesellschaft. Die Natur mathematischer Objekte zu bestimmen ist ein wohl unlösbares Problem. Auf die uralte Frage, ob Mathematik entdeckt oder erfunden wird, sei hingewiesen. So interessant und unabweisbar diese Fragen auch sein mögen, ist doch festzustellen, dass mathematisches Arbeiten und dessen Ergebnisse von diesen Problemen nahezu unbeeinflusst erscheinen. Dies könnte mit der Beobachtung zusammenhängen, dass an der Richtigkeit mathematischer Erkenntnisse und der Nützlichkeit, ja geradezu Notwendigkeit ihrer Anwendung keine Zweifel herrschen, aber heute im Gegensatz zu früher fast niemand mehr von der Mathematik (oder den Naturwissenschaften) Antworten oder auch nur Hilfe bei den großen philosophischen Fragen erwartet, warum und wozu wir so und nicht anders in dieser letztlich unerklärbaren Welt leben.

Vor vielen Jahren hat J. Bruner die These aufgestellt, dass jedem Menschen die grundlegenden Ideen einer Wissenschaft gelehrt werden können. In dieser etwas kühn anmutenden Behauptung ist eine weitere These enthalten, nämlich, dass die entsprechenden kognitiven Voraussetzungen zur Grundausstattung des Menschen gehören. In diesem Sinn ist mathematisches Denken und Wissen grundsätzlich allen Menschen zugänglich. In der Tat belegt die Kulturgeschichte, dass mathematische Tätigkeiten den Gang der Menschheit durch Jahrtausende begleitet haben. Bishop 1991 spricht von sechs Grundformen mathematischer Tätigkeit: Zählen, Sich orientieren, Messen, Entwerfen, Spielen und Erklären. Mathematik ist dabei allgemeiner zu verstehen als der bloße, wenn auch nützliche Umgang mit Zahlen. Mathematisches Tun umfasst ein Bündel von Strategien, Handlungen und Denkmustern, deren wichtigste Ausprägungen Zählen, Ordnen, Verwenden von Algorithmen und iterative Verfahren (wie Weben, Knüpfen, Pflügen, Melken, ...), Erkennen und Erzeugen von Mustern sind (siehe dazu auch Ascher 2002). Auch die Einsicht in die Ordnung zeitlicher Abläufe, die der Vermutung ursächlicher und logischer Zusammenhänge wohl vorausgegangen ist, ist mathematisches Denken. Die genannten mathematischen Tätigkeiten kann man mit der Verwendung von Werkzeugen vergleichen. Sie helfen nämlich, die Umwelt in gewisser Weise zu erkennen, zu strukturieren und zu gestalten. Man kann daher auch sagen, dass in jeder Kultur Naturwissenschaft als Weg zur Bestimmung, Kontrolle und Voraussage von Geschehnissen in der Natur zu finden ist.

Für die Entwicklung der Mathematik zu einer wissenschaftlichen Disziplin können viele Faktoren verantwortlich gemacht werden. Ein Faktor ist methodisch, nämlich die zunehmende Vorherrschaft der deduktiven Methode, so dass für weite Teile der Mathematik das Schema Satz und Beweis geradezu prototypisch erscheint. Der Einsatz von leistungsfähigen Rechnern hat in jüngerer Zeit dem immer schon notwendigen Experimentieren und Probieren, das man aber als Vorarbeit selten publik gemacht hat, vielleicht einen neuen Stellenwert gegeben. Ein anderer Faktor ist inhaltlich, nämlich die seit etwa zweihundert Jahren erfolgte Zuwendung zu mathematischen Strukturen, deren Erforschung ähnlich wie in der Astronomie Einblicke in Welten eröffnet hat, die weit über die Begrifflichkeit von Zahl, Raum und Zeit hinausweisen. Manche der ursprünglich als sehr abstrakt angesehenen Konzepte haben sich für viele Anwendungen als nützlich erwiesen (wie zum Beispiel die Theorie der Hilberträume in der Quantenphysik, die Theorie der endlichen Körper in der Kodierung von Information oder die Zahlentheorie für die Sicherheit von Daten). Umgekehrt hat die Anwendung der Mathematik in anderen Wissenschaften auch stets die Entwicklung neuer mathematischer Konzepte gefördert.

Die zeitliche Abfolge der Entstehung der exakten Wissenschaften lässt sich nicht einfach beantworten. Die Entdeckung und Systematisierung quantitativer Gesetzmäßigkeiten hat schon in den frühen Hochkulturen begonnen. Die Frage nach der Beweisbarkeit, dem bis heute spezifischen Element der Mathematik, kann mit der griechischen Antike als Entstehungsort verbunden werden. Zu Beginn der Neuzeit erfolgte die uns vertraute Verknüpfung zwischen Empirie und Deduktion. Die Verfeinerungen im Bau von Mess- und Beobachtungsinstrumenten gehen Hand in Hand mit einer Weiterentwicklung mathematischer Methoden, wie etwa Logarithmen und goniometrischer Funktionen, ebener und sphärischer Trigonometrie, Ausgleichsrechnung und anderes mehr. Die vielfältigen Verflechtungen zwischen der rasanten Entwicklung der Naturwissenschaften zu Beginn der Neuzeit und der von Europa aus gesehenen Entdeckungen neuer Länder und Kontinente sind kaum überblickbar. Der Aufschwung der Wissenschaften in Europa ist auch mit der großen Zahl von Expeditionen, Reisebeschreibungen, geographischen und kartographischen Erkundungen, der Begegnung mit neuartiger Fauna und Flora und dem vertieften Kennenlernen der Hochkulturen verbunden.

Die islamische Mathematik war für die Entwicklung der „modernen“ Mathematik von großer Bedeutung. Die Wörter Algebra und Algorithmus legen davon beredtes Zeugnis ab (wohl entstanden aus dem Buch Kitāb al-dschabr wa'l muqābala des Muhammad al-Khuwārizmī; siehe Kaiser & Nöbauer 1998), ebenso wie die für die moderne Arithmetik grundlegende Einführung der arabisch-indischen Ziffern. Die Entwicklung einer leistungsfähigen Symbolsprache und eines mathematischen Registers war für die Entwicklung der modernen Mathematik von größter Bedeutung. Die Sprache, die im mathematischen Diskurs verwendet wird, ist eine Fachsprache auf der Grundlage einer natürlichen Sprache. Stellt man jemand die Frage „Was fällt Ihnen zum Thema Mathematik ein?“, so kommt vielleicht $a^2 + b^2 = c^2$ oder da werden Unbekannte wie x und y erwähnt oder da ist von Sinus und Kosinus die Rede. Die Verwendung von Symbolen und Fachwörtern wird zu Recht als charakteristisch für den mathematischen Diskurs angesehen (siehe Maier & Schweiger 1999). Es ist daher nicht verwunderlich, dass die Weiterentwicklung der Mathematik in den Kulturen erfolgte, die über eine Schrift verfügten. Die Bedeutung elektronischer Rechner für eine paradigmatische Beeinflussung der Mathematik wird derzeit noch kontrovers eingeschätzt. Man kann die These vertreten, dass die Entstehung der „westlichen“ Kultur ohne Mathematik nicht möglich gewesen wäre, wohl aber ist (rein theoretisch!) eine hoch entwickelte „moderne“ Mathematik vorstellbar, die nicht in einer technisierten Welt eingebettet ist.

In letzter Zeit wurde auch die Ansicht vertreten, dass die Einheit und Stabilität der „westlichen“ Wissenschaften als gesellschaftliche Konstrukte anzusehen seien. Wenn auch für die geschichtliche Entwicklung der Wissenschaften und ihre Darstellung kulturelle Einflüsse unbestritten erscheinen, ist dennoch für die Mathematik das Nebeneinander verschiedener Formen von Rationalität nicht überzeugend. Alle uns bekannten Formen mathematischer Tätigkeit lassen sich in "westliche“ Mathematik übersetzen. Andererseits wurde ein wichtiger kulturpolitischer Schritt auf einem Symposium in Nairobi gesetzt, nämlich die (heute selbstverständlich erscheinende?) Feststellung, dass Mathematik in allen Sprachen und Kulturen lehrbar ist. "Mathematics itself is universal ... mathematicians, whether they are from Botswana, or Britain, or Burma, show a common frame of reference, expressed in a strongly formalised notation which is universally accepted. The languages in which they discuss mathematics may differ, but about the mathematics itself there is nearly total agreement." (Nairobi-Report 1974:14). Allerdings stehen der praktischen Umsetzung dieser Einsicht viele Hindernisse entgegen und die traurige Tatsache, dass zahlreiche Sprachen der Erde vom Aussterben bedroht oder in den letzten hundert Jahren ausgestorben sind.

Mögliche kulturelle Werte der Mathematik

Bishop 1991 nennt sechs Werte, die der Mathematik bzw. einer mathematischen Kultur zugeschrieben werden können: Schaffung von Objekten („objectism“), Rationalismus („rationalism“), Kontrolle („control“), Fortschritt („progress“), Offenheit („openness“) und Geheimnis („mystery“). Ich habe in den Klammern die Bezeichnungen Bishops hinzugefügt, da gerade hier eine Übersetzung sehr schwierig erscheint. Meine Auslegung der Ideen Bishops wird verwendet, um gewisse Querverbindungen zwischen Mathematik und Religion anzudeuten. Auf der Basis dieser Skizze könnten fruchtbare Diskussionen möglich sein.

Rationalismus

Die auf den sprachlichen Möglichkeiten der Logik basierende Struktur der Mathematik, vor allem des Beweises und des Kalküls garantiert die Autorität der Mathematik. Durch die zentrale Stellung der Kriterien logische Ableitung, Vollständigkeit („Wenn richtig, so sollte es auch beweisbar sein") und Konsistenz („Widersprüche sind nicht erlaubt") unterscheidet sich die Mathematik auch von den Naturwissenschaften, wo Empirie und Experiment gewichtig erscheinen. Die Logik stellt den Übergang zwischen Ideen her, ist aber nicht deren Grundlage. Diese mathematische Haltung richtet sich gegen Dogmatismus, bloße Tradition und bloße Erfahrung: Fast alles kann hinterfragt werden, und nur das Bewiesene zählt. Es ist ja erstaunlich, dass mathematische Beweise, die vor langer Zeit schon erbracht wurden, meist immer noch als richtig akzeptiert werden. Insofern könnte Mathematikunterricht eine Haltung des kritischen Realismus fördern. Eine kritische Haltung, die alles prüft, aber das Gute behält, ist auch die Basis einer guten Theologie.

Schaffung von Objekten

Das Weltbild ist geprägt von Bildern materialer Objekte. Vereinfacht ausgedrückt: Mathematiker arbeiten mit mathematischen Ideen als wären es Ideen über Objekte (die philosophischen Grundfragen über „Existenz" mathematischer Objekte wird nicht diskutiert). Das Vehikel dafür ist die Symbolsprache der Mathematik. Eine ähnliche Sicht wird auch von Fischer 2006 vertreten. Man könnte zum Schluss kommen, dass eine gewisse materialistische oder dehumanisierende Weltsicht damit verbunden ist. Es sei aber angemerkt, dass gerade das Schaffen von Objekten zutiefst im Menschen wurzelt. Phantasie ist gefragt. Die Freude des Mathematikers an seinen Kreationen steht neben der Schaffensfreude des Künstlers. Kunst und Mathematik treffen sich im Ästhetischen. Menschliche Neigungen wie Liebe und Hass, Klugheit und Weisheit, Habsucht und Neid wurden immer wieder allegorisch dargestellt und sind gelegentlich in den Rang von Göttern oder Dämonen aufgerückt. Letztlich ist es kühn, in einer Theologie genannten Wissenschaft über Gott sprechen zu wollen, obwohl die Offenbarung letztlich Gottes Unerklärbarkeit aussagt (dazu auch Schweiger 2003).

Kontrolle

Seit alters her versucht der Mensch Wissen zu erlangen, welches gestattet, Ereignisse vorherzusehen oder wenn möglich zu kontrollieren. Die Beobachtung der Jahreszeiten, der Vegetationsperioden oder der Wanderungen von Tieren gibt mehr Sicherheit. In unserer technologisch geprägten Kultur versucht man zu Recht, noch mehr zu erfahren und vor allem mehr zu steuern, obwohl wir bei Erdbeben, Tornados und Überschwemmungen noch immer sehr hilflos sind. Das Verlangen nach Schutz und Sicherheit ist in vielen Formen der Religion erkennbar. Bei der Steuerung sozialer Systeme stehen wir erst am Anfang. Aber ohne mathematische Methoden wären diese gewaltigen Verbesserungen nicht möglich! Kalküle und Algorithmen liefern präzise Resultate. Dieses Mehr an Kontrolle ist sicher nicht unproblematisch und ruft zu Recht ethische Fragen und Fragen nach dem Sinn des Ganzen hervor.

Fortschritt

Wachstum, Entwicklung, Veränderung, Fortschritt usw. sind Wegweiser unserer Gesellschaft geworden. Die Mathematik hat eine paradoxe Stellung. Einerseits ist die Mathematik das Paradebeispiel für kumulatives Wachstum von Wissen, d. h. der Wissenszuwachs ist stetig und kaum korrekturbedürftig, anderseits kann dieser Suche nach Vermehrung des Wissens eine Haltung des Alternativismus zugrunde liegen. Da Definitionen, Verfahren, Axiome und Beweise veränderbar sind, bedeutet dies eine Offenheit für neue Ideen, damit möglicherweise eine Offenheit für andere Kulturen und Religionen. Da der Mathematiker um den Wert erworbener Kenntnisse weiß und zugleich nach Neuem Ausschau hält, könnte er zur Balance zwischen Gestern und Morgen beitragen. Religion könnte den Sinn für die Wichtigkeit des Heute („kairos") wecken.

Offenheit

Mathematische „Wahrheiten" sind grundsätzlich von jedermann überprüfbar. Nicht Meinungen oder Glaube an Autoritäten entscheiden, sondern einzig allein die vorgetragenen Argumente. Darum sollte im Unterricht neben der Übung lebenspraktischer Algorithmen der Beweis mathematischer Aussagen nicht fehlen. Diese Offenheit hat etwas mit Befreiung und Demokratisierung zu tun. Befreiung ist auch ein zentrales Wort biblischen Glaubens. Mathematisches Wissen ist potentiell „shareware", wenn auch die Nutzung dieses verfügbaren Wissens einen oft mühseligen Lernprozess erfordert. Auch Jesus betont, dass er öffentlich gelehrt habe. Der Weg zu Gott ist keine Geheimsache, sondern liegt auf der Hand: Glaube, Hoffnung und Liebe.

Geheimnis

Viele Menschen empfinden Mathematik als mysteriös, obwohl Mathematik auf der Tätigkeit von Menschen beruht. Mathematische Objekte werden als abstrakt empfunden, aber „abstrakt" meint oft nur den Mangel an Vertrautheit. Tatsächlich ist aber die Spezialisierung weit fortgeschritten, und die meisten Ergebnisse der Mathematik können nicht mehr populär erklärt werden. Aber es gibt eine tiefere Ebene. Die Erforschung mathematischer Objekte bringt eine Fülle überraschender Ergebnisse. Die schon gestellte Frage, ob Mathematik gefunden oder erfunden wird, taucht auf. Wahrscheinlich ist beides richtig. Auf der Mathematik beruhen die Naturwissenschaften und die darauf beruhende Technik. Ist die Natur mathematisch gebaut? Die (auch) in der Mathematik sichtbar werdenden Grenzen unserer Erkenntnis können zu Bescheidenheit und Ehrfurcht mahnen. In diesem Sinn versucht das Zitat von Nikolaus von Kues eine Verbindung zwischen Ideen herzustellen, nämlich der Idee von Gott und der Idee der Mathematik als Erklärungsmuster.

Bibliographische Hinweise

Die Literatur über das Wechselspiel zwischen Religion und Naturwissenschaften ist überreich, aber Beziehungen zwischen Mathematik(unterricht) und Religion(sunterricht) wurden bisher wenig diskutiert. Lenné 1969 widmet in seinem monumentalen Werk *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland* einigen Raum dem Problemkreis Normative Probleme und Mathematik, wo sich ein lesenswerter Abschnitt über Religiöse Überzeugungen und Mathematik findet. Vermutlich sind viele interessante Denkbemühungen in gelegentlichen Aufsätzen oder Vorträgen enthalten. Hinzuweisen wäre etwa auf Reichel 1986. Noch ein letzter Hinweis sei gestattet: Meine Ausführungen sind ein Plädoyer für einen „Relativismus", der manchem Glaubenden verdächtig erscheinen mag. Umso mehr freue ich mich, auf einen tiefgründigen Aufsatz eines Theologen, Felix Wilfred 2006 verweisen zu können.

Literatur

Ascher, M. 2002: *Mathematics Elsewhere. An Exploration of Ideas Across Cultures.* Princeton and Oxford: Princeton University Press

Bishop, A. J. 1991: *Mathematical Enculturation.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

Fischer, R. 2006: *Materialisierung und Organisation. Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik.* Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik Bd. 7. München/Wien: Profil Verlag

Kaiser, H. & Nöbauer, W. 1998: *Geschichte der Mathematik für den Schulunterricht.* Wien: Hölder-Pichler-Tempsky

Lenné, H. 1969: *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland.* Stuttgart: Ernst Klett Verlag

Maier, H. & Schweiger, F. 1999: *Mathematik und Sprache.* Mathematik für Schule und Praxis Band 4 (hrsg. von H.-C. Reichel). Wien: öbv & hpt

NAIROBI-REPORT 1974: *Interactions between Linguistics and Mathematical Education.* Final Report of the Symposium sponsored by UNESCO, CEDO, and ICMI Nairobi/Kenya September 1 - 11, UNESCO: ED - 74/CONF, 808

Reichel, H.-C. 1986: *Christlicher Glaube und mathematisches Denken.* Vortrag bei der Hauptversammlung des Vereins Christlicher Lehrer an Höheren Schulen. Ms.

Schweiger, F. 2003: *Was ist gute Theologie? Ein Deutungsversuch eines Mathematikers.* In: Was ist gute Theologie? (hrsg. von C. Sedmak). Innsbruck Wien: Tyrolia p. 334-338

Selin, H. (ed) 2000: *Mathematics Across Cultures. The History of Non-Western Mathematics.* Dordrecht Boston London: Kluwer Academic Publishers

Wilfred, F. 2006: *Lob des christlichen Relativismus.* Concilium Jg. 42(1), 77-85

Fritz Schweiger
Institut für Didaktik der Naturwissenschaften
Universität Salzburg
fritz.schweiger@sbg.ac.at